$$C_I = \left[\int_{-1}^{1} \frac{P_X(x)}{[C'(x)]^2}\, dx \right]^{-1}$$

a.- Determine P_1 y P_2 para mejorar la relación señal a ruido.

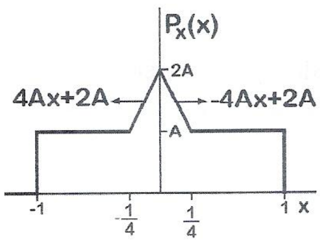
b.- Calcule C_I y determine cuántos dB mejora la $(S/N)_Q$.

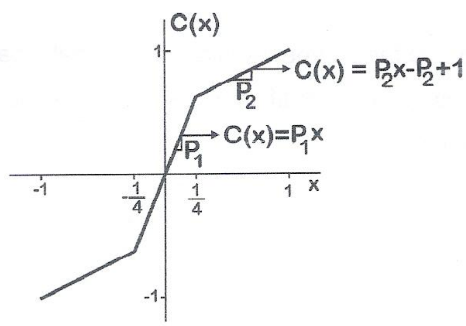
Respuesta al problema 9

a.- Cálculo de *A*. (Nota: el problema en realidad se puede realizar sin la necesidad de encontrar el valor de *A*, ya que al derivar C_I e igualarlo a cero, desaparece la constante *A*).

$$2 \cdot A + \frac{\frac{1}{2} \cdot A}{2} = 1 \quad \Rightarrow \quad A = \frac{4}{9}$$

Las ecuaciones que describen las rectas tanto en $P_x(x)$ como en $C(x)$ son las siguientes:





$$C_I = \left[2 \cdot \left[\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{-4A \cdot x + 2A}{P_1^2} dx + \int_{\frac{1}{4}}^{1} \frac{A}{P_2^2}\, dx \right] \right]^{-1} = \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{A}{P_1^2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{A}{P_2^2} \right]^{-1} = \left[\frac{1}{3P_1^2} + \frac{2}{3P_2^2} \right]^{-1}$$

La dependencia entre P_1 y P_2 proviene de que en x = ¼ las dos rectas deben tener igual valor.

$$P_1 \cdot x \Big|_{x=\frac{1}{4}} = P_2 \cdot x - P_2 + 1 \Big|_{x=\frac{1}{4}}$$

$$\frac{P_1}{4} = \frac{P_2}{4} - P_2 + 1 \quad \Rightarrow \quad P_1 = -3P_2 + 4$$

Sustituyendo en C_I se tiene

$$C_I = \left[\frac{1}{3\cdot(-3P_2+4)^2} + \frac{2}{3P_2^2}\right]^{-1}$$

Para obtener los valores de P_2 que hagan C_I máxima, hay que derivar C_I e igualarla a cero para luego despejar P_2.

$$\frac{\partial}{\partial P_2}[C_I] = \frac{\partial}{\partial P_2}\left[\left(\frac{1}{3(-3P_2+4)^2} + \frac{2}{3P_2^2}\right)^{-1}\right] = \frac{-\frac{\partial}{\partial P_2}\left[\frac{1}{3(-3P_2+4)^2} + \frac{2}{3P_2^2}\right]}{\left(\frac{1}{3(-3P_2+4)^2} + \frac{2}{3P_2^2}\right)^2} =$$

$$= \frac{114P_2^3 - 432P_2^2 + 576P_2 - 256}{\left(81P_2^6 - 324P_2^5 + 432P_2^4 - 192P_2^3\right)\left(\frac{1}{3(-3P_2+4)^2} + \frac{2}{3P_2^2}\right)^2}$$

$$114P_2^3 - 432P_2^2 + 576P_2 - 256 = 0$$

$$\Rightarrow \quad P_2 = 0{,}965$$

$$P_1 = 1{,}105$$

b.- <u>El valor de C_I</u> es:

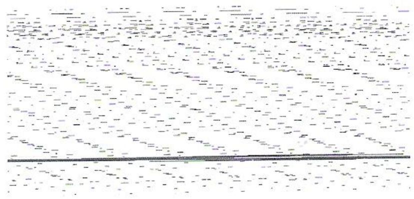
$$C_I = \left[\frac{1}{3\cdot(1.105)^2} + \frac{2}{3\cdot(0.965)^2}\right]^{-1} = 1.011$$

La cantidad en decibeles que aumenta la relación señal a ruido, $(S/N)_Q$, es:

$10\text{Log}(1.011) = \mathbf{0.048\ dB}$

Problema 10

Una señal tiene la siguiente función de densidad de probabilidad:



a.- Determine el paso de un cuantificador uniforme de 8 niveles.

b.- Determine la característica de compansión necesaria para lograr que los niveles de la señal cuantificada sean equiprobables.

Respuesta al problema 10

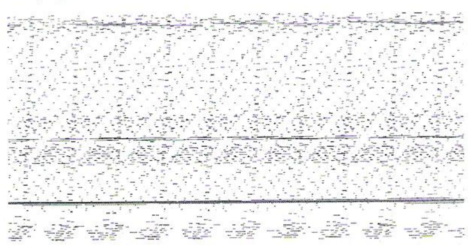
a.-

$$a = \text{paso del cuantificador}$$

$$M = 8 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2V}{8} = 0.25V$$

b.- Hay que encontrar una curva de compansión c(x) que transforme la variable aleatoria *x* en otra con distribución uniforme que se adapte mejor a los 8 niveles de cuantificación igualmente espaciados.

Hay que dividir la función de densidad de probabilidad de *x* en ocho trozos que tengan la misma probabilidad (igual a 1/8).



$$\int_0^a (-x+1)\,dx = \frac{1}{8} \quad \Rightarrow \quad -\frac{a^2}{2} + a = \frac{1}{8} \quad \Rightarrow \quad a = 1 - \frac{1}{2}\sqrt{3} = 0.133$$